INTEGRALES HOJA IV — EJERCICIOS POR SUSCRIPCION

$$\frac{2x-3}{(x+5)(x-3)(x-1)}=\frac{A}{x+5}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x-1}=\frac{A(x-3)(x-1)+B(x+5)(x-1)+C(x+5)(x-3)}{(x+5)(x-3)(x-1)}$$

Para encontrar los valores de A, B y C daremos valores a x. Estos valores serán tantos como letras tengamos y además serán las raíces del denominador.
Este método es más rápido que el igualar polinomios.

• si $x=-5 \Longrightarrow 2\cdot(-5)-3=A(-5-3)(-5-1) \Rightarrow -13=48A \Rightarrow A=\frac{-13}{48}$

reemplazando en ambos miembros de: $2x-3=A(x-3)(x-1)+B(x+5)(x-1)+C(x+5)(x-3)$

• si $x=3 \Longrightarrow 3=16B \Rightarrow B=\frac{3}{16}$

• si $x=-1 \Longrightarrow -1=-12C \Rightarrow C=\frac{1}{12}$

Volviendo a la integral (1) aplicando al 2° sumando propiedad de la integral de una suma:

$$\int(x-4)\,dx+\int\frac{-13/48}{x+5}dx+\int\frac{3/16}{x-3}dx+\int\frac{1/12}{x-1}dx=$$

$$=\int x\,dx-4\int dx-\frac{13}{48}\int\frac{dx}{x+5}+\frac{3}{16}\int\frac{dx}{x-3}+\frac{1}{12}\int\frac{dx}{x-1}=$$

$$=\frac{x^2}{2}-4x-\frac{13}{48}\ln|x+5|+\frac{3}{16}\ln|x-3|+\frac{1}{12}\ln|x-1|+c=$$

$$=\frac{x^2}{2}-4x+\frac{1}{48}\left(-13\ln|x+5|+9\ln|x-3|+4\ln|x-1|\right)+c=$$

$$=\frac{x^2}{2}-4x+\frac{1}{48}\left(-\ln|x+5|^{13}+\ln|x-3|^9+\ln|x-1|^4\right)+c=$$

$$=\frac{x^2}{2}-4x+\frac{1}{48}\left(\ln\frac{|x-3|^9|x-1|^4}{|x+5|^{13}}\right)+c=$$

$$=\frac{x^2}{2}-4x+\frac{1}{48}\left[\ln\left|\frac{(x-3)^9(x-1)^4}{(x+5)^{13}}\right|\right]+c$$

b) $\int\frac{3x+5}{(x+1)(x-1)^2}dx$

Como la raíz $x=1$ es doble estamos en el CASO 2) TIPO B). Para esta raíz tendremos dos fracciones simples:

$$\frac{3x+5}{(x+1)(x-1)^2}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{x-1}$$

En general, si a es raíz de multiplicidad n, esta se descompone en n fracciones simples, es decir, tendremos tantas fracciones como sea la multiplicidad de la raíz.

$$\frac{A_n}{(x-a)^n}+\frac{A_{n-1}}{(x-a)^{n-1}}+\dots+\frac{A_2}{(x-a)^2}+\frac{A_1}{(x-a)^1}$$, donde: $A_1\neq A_2\neq\dots\neq A_{n-1}\neq A_n$, es decir, todas las letras son diferentes.

Sigamos con nuestra descomposición.